Prof. Dr. Alfred Toth

Verschachtelung und komplementäre Verschachtelung bei Spurenrelationen

1. Wie bereits aus früheren Publikationen bekannt, ist die semiotische Spurenrelation

Skl = ((3.a)‹ (2.b)‹ (1.c)‹)

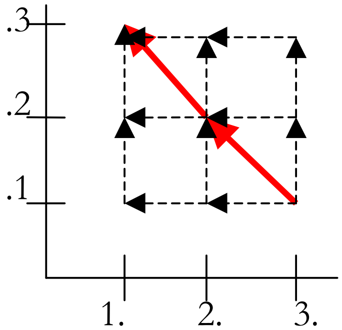
auf Intervallen von Subzeichen definiert:

(3.a) = {<x.y> | <x.y> ∈ [3.1, 3.3]}
(2.b) = {<x.y> | <x.y> ∈ [2.1, 2.3]}
(1.c) = {<x.y> | <x.y> ∈ [1.1, 1.3]}.

Intuitiv bedeutet dies, dass ein Subzeichen Sz als unscharfe Menge zu weniger als 100% einer Spurenrelation angehören kann, woraus folgt, dass die entsprechende Trichotomie zu (100 – SZ %) durch eines der beiden anderen Subzeichen „gefüllt" ist. Statisch dargestellt (und daher verzerrt), sieht das wie folgt aus, wenn wir als Beispiel ((3.1)‹ (2.2)‹ (1.3)‹) wählen:

<	<	1.3
<	2.2	<
3.1	<	<

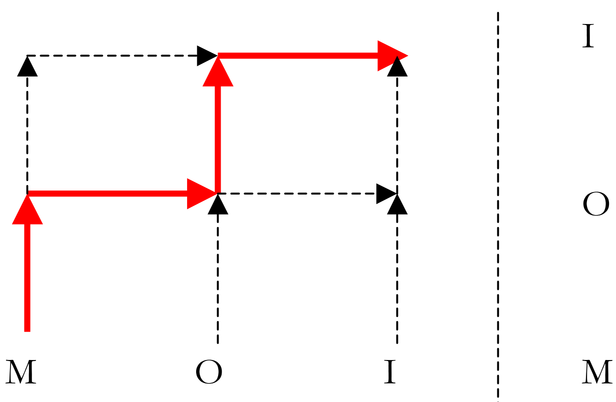
2. Wenn wir diese Intervall-Relationen in einem Ausschnitt des kartesischen Koordinatensystems darstellen, können wir die „alternativen" Relationen gestrichelt einzeichnen:



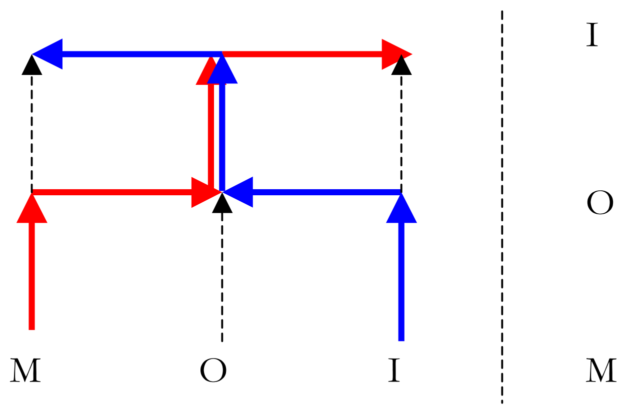
Nun ist die Peircesche Zeichenrelation nach Bense (1979, S. 53, 67) als eine verschachtelte Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation definiert:

ZR = ((M), ((M → O) → (O → I)))

Dieser Definition entspricht also der folgende „Stufenbau", im Modell ausgezogen rot eingezeichnet, während die nicht-definierten Relationen schwarz gestrichelt sind:



Wir können diese Verhältnisse aber auch wie folgt darstellen:



Das bedeutet also, dass ein vollständiges Zeichenschema, dem als Basis die durch kartesische Multiplikation der Primzeichen entstandene semiotische Matrix zugrunde liegt, nicht nur durch die Peircesche Stufendefinition

$ZR = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$,

sondern zusätzlich durch ihr Komplement

$ZR = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))$

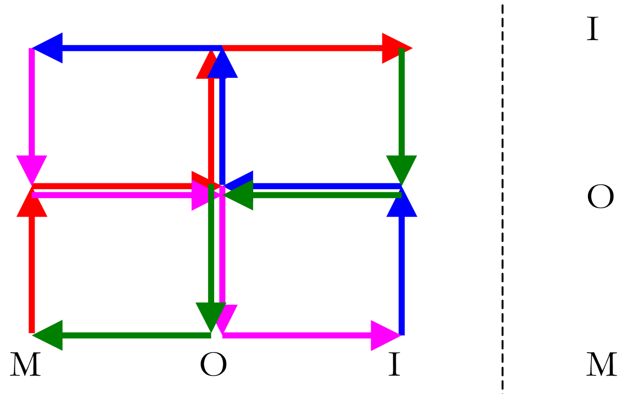
definiert ist. Da hierbei

$I \leftrightarrow M$

ausgetauscht werden, wobei

O = Einselement

ist, haben wir eine semiotische Gruppe vor uns, und zwar die abelsche Gruppe (PZ, $\circ_2$), welche in Toth (2008, S. 40) behandelt worden war. Wie man allerdings anhand des obigen Modells ersieht, benötigten wir für eine Definition der bisher noch immer nicht definierten Punkte zwei weitere semiotische Stufenfunktionen, die im unten stehenden Modell lila und grün eingezeichnet sind:



Im Unterschied zum komplementären verschachtelten Relationenweg-Paar rot und blau, ist das Paar lila und grün jedoch invers, d.h. die Wege werden nun nicht mehr von „unten nach oben", sondern „von oben nach unten" auf der „Treppe" durchlaufen:

$ZR = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))^{-1} =$
$ZR = (((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)), M))$

$ZR = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))^{-1} =$
$ZR = (((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)), (I))$

Man benötigt demnach 4 Zeichendefinitionen, um alle Punkte der semiotischen 3×-Matrix zu definieren, die über ZR = (M, O, I) definierbar ist. Dabei handelt es sich um zwei Paare von komplementären Zeichenrelationen, die abelsche Gruppen mit Einselement = (.2.) bilden, wobei die beiden Paare zueinander inverse Funktionen sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, s. Aufl. ebda. 2008

28.10.2009